

Master thesis internship : Data science and differential geometry for light polarization

Contact/Location : emmanuel.chevallier@univ-amu.fr, Fresnel Institute

Context :

In many data science problems, data cannot be considered as points varying freely in a vector space. A common example is the case where data are constrained to lay on (or in) a sphere. More generally, it is the case when the data lies on a manifold, that is to say a set parametrised by real numbers but which does not have vector operations. In this context, all the statistical quantities, such as the mean, need to be redefined adequately without using additions and mutiplications by a scalar. Proper definitions can be obtained for instance by relying on a distance function on the manifold.

This type of settings appears in the study of statistical characteristics of the polarization of light beams. The polarization of a planar wave light relates to the second order statistics of the electromagnetic field, and can be represented by a 2×2 positive, or positive definite Hermitian matrix. These sets of matrices can be seen as manifolds endowed with particular distance functions reflecting the symmetries of the problem. Throughout its trajectory the light undergoes various transformations, which can lead to consider not only a single 2×2 Hermitian matrix but a distribution of such matrices. Analyzing this probability distribution can bring out interesting properties of the light.

Objectives :

The trainee will study how the theory of statistics on manifolds can help analysing probability distributions on 2 by 2 Hermitian positive(-definite) matrices arising from light polarization. The work will be divided between a theoretical part and a simulation part, in matlab or python. The proportion of time dedicated to theory and simulations will depend on the profile and the affinities of the candidate.

Work environment :

The internship will take place at the Fresnel institute and will be supervised by Emmanuel Chevallier (associate professor). The trainee will have the possibility to interact and benefit from the expertise of the researchers of the PhyTI team of the Fresnel institute, whose lines of research lie at the border between physics, and statistical data processing.

Stage de Master :

Science des données et géométrie différentielle pour la polarisation de la lumière

Contact/Lieu du stage : emmanuel.chevallier@univ-amu.fr, Institut Fresnel

Contexte :

Dans beaucoup de problèmes de science des données, les données ne varient pas librement dans un espace vectoriel. Un exemple usuel est celui des données contraintes à se trouver sur la surface ou à l'intérieur d'une sphère. Plus généralement, c'est le cas des données se trouvant sur des variétés, c'est à dire des ensembles paramétrés par des nombres réels mais qui ne possèdent pas de structures vectorielles. Dans ce contexte, toutes les quantités statistiques, tel que la moyenne, doivent être redéfinies sans utiliser l'addition et la multiplication par un scalaire. Parmi différents cadres possibles, cela peut être fait lorsque la variété est munie d'une distance.

Ce type de contexte apparaît dans l'étude des caractéristiques statistiques de la polarisation de la lumière. La polarisation de l'onde lumineuse plane est caractérisée par une matrice 2×2 Hermitienne, définie positive ou simplement positive. Ces ensembles de matrices peuvent être vus comme des variétés munies d'une distance reflétant les symétries du problème. Au cours de sa trajectoire, la lumière subit des transformations variées, qui peuvent conduire à considérer non plus une seule matrice 2×2 Hermitienne mais une distribution de telles matrices. Étudier cette distribution permet de faire ressortir des propriétés intéressantes de la lumière.

Objectifs :

Le stagiaire étudiera comment la théorie des statistiques sur les variétés peut aider à analyser les distributions de matrices 2×2 Hermitiennes issues de la polarisation de la lumière. Le travail sera divisé entre une partie théorique et une partie simulation, en matlab ou en python. La proportion du temps dédiée à la partie théorique et à la partie simulation dépendra du profil et des affinités du candidat.

Environnement de travail :

Le stage se déroulera à l'institut Fresnel sous la supervision d'Emmanuel Chevallier (maître de conférence). Le stagiaire aura la possibilité d'interagir et de bénéficier de l'expérience des membres de l'équipe PhyTI de l'institut Fresnel, dont les domaines de recherche se situent à l'interface entre la physique, et le traitement statistique des données.